

# 基于 MATLAB 的数字 PID 直流电机调速系统的实现

康凯

(中国矿业大学 计算机学院 计算机系, 江苏 徐州 221000)

**摘要:** 该文介绍了数字 PID 算法在直流电机调速系统中的应用。给出了直流电机传递函数的建立方法, 并简要介绍了 PID、数字 PID 控制器的原理及特点, 提出了利用 MATLAB 软件确定 PID 控制参数的方法, 最后给出了数字 PID 控制的程序流程图。

**关键词:** 直流电机; 传递函数; PID 控制; MATLAB/Simulink; 参数整定

**中图分类号:** TP273   **文献标识码:** B   **文章编号:** 1009-3044(2010)22-6372-03

PID 控制由于算法简单、鲁棒性好和可靠型高等特点, 被广泛应用于工业控制中。但在实际的应用中会遇到被控对象传递函数难确定、PID 参数难调节等问题。本文以直流电机调速系统为例, 给出直流电机传递函数, 以及 PID 参数的整定方法。通过 PID 参数的整定得到连续的 PID 参数; 离散化连续 PID 便可获取数字 PID 方程, 最终在计算机上实现直流电机的高效、快速、稳定的调速。

## 1 直流电机的数学模型

直流电机的数学模型计算是直流调速系统设计的重要环节, 这里利用传统方法求解直流电机的数学模型, 根据直流电机的电气方程和机械特性方程可以求得直流电机的数学模型。

直流电机的电气方程:

$$L_a \frac{di_a}{dt} = u_a - i_a r_a - C_e \Omega(t) \quad (1)$$

直流电机的机械方程:

$$J \frac{d\Omega(t)}{dt} = T - T_L \quad (2)$$

(1)式中  $C_e$  为电机电势系数; (2)式中  $T = C_L J$  为折算到电动机轴上的转动惯量。对(1)式、(2)式进行拉普拉斯变换便可得到直流电机转速相对于输入电压的传递函数为:

$$H(s) = \frac{\Omega(s)}{U_a(s)} = \frac{1/C_e}{T_m T_a s^2 + T_m s + 1} \quad (3)$$

(3)式中机械时间常数  $T_m = JR_e/C_e C_T$ ; 电气时间常数  $T_a = L_a/R_a$ 。

比较(3)式可知, 直流电机的传递函数是一个二阶无滞后传递函数。二阶无滞后传递函数模型:

$$G(s) = \frac{K}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} = \frac{K}{T_1 T_2 s^2 + (T_1 + T_2)s + 1} \quad (4)$$

由于  $T_a \ll T_m$ , 所以近似认为  $T_m + T_a \approx T_m$ ,  $K = 1/C_e$ 。

对于(4)式, 输入幅度为 a 的阶跃信号, 阶跃信号的时域响应为:

$$y(t) = aK \left( 1 - \frac{T_1}{T_1 - T_2} e^{-\frac{t}{T_1}} + \frac{T_2}{T_1 - T_2} e^{-\frac{t}{T_2}} \right), (t > 0) \quad (5)$$

## 2 利用传统方法求直流电机模型参数

直流电机模型参数的经验公式:

$$R_a \approx \frac{U_e I_e - P_e}{2 I_e^2} \quad (6)$$

$$C_e = 30 \frac{U_e - I_e R_a}{\pi n_e} \quad (7)$$

$$L_a \approx 3.82 \frac{U_e}{p n_e I_e} \quad (8)$$

(7)式中 p 为极对数。

$$M_e = \frac{9.55 P_e}{n_e} \quad (9)$$

$$C_T = \frac{M_e}{I_e} \quad (10)$$

$$T_a = \frac{L_a}{R_a} \quad (11)$$

$$T_m = \frac{J R_a}{C_e C_T} \quad (12)$$

选取一直流电动机为例, 其铭牌参数如表 1 所示。

利用这些参数,可得  $R_a=1.812\Omega$ ,  $C_e=0.56V \cdot s/rad$ ,  $L_a \approx 0.235H$ ,  $M_e=5.3N \cdot m$ ,  $C_f=0.51 N \cdot m/A$ ,  $T_a=0.0129s$ ,  $T_m=0.13s$ 。

将  $T_m$ ,  $T_a$ ,  $C_e$  代入(3)式可得传递函数为:

$$H(s) = \frac{\Omega(s)}{U_a(s)} = \frac{1/C_e}{T_m T_a s^2 + T_m s + 1} = \frac{1.786}{0.0022 s^2 + 0.17 s + 1} \quad (13)$$

利用 MATLAB/Simulink 仿真出单位阶跃信号的响应曲线如图 1 所示。

### 3 PID 控制原理

PID 控制器是一种线性控制器,它根据给定值  $r(t)$  与实际输出值  $c(t)$  构成控制偏差  $e(t)$ , 将偏差按比例、积分和微分线性组合构成控制量  $u(t)$ , 对被控对象进行控制。控制器的输出和输入之间的关系可描述为:

$$u(t) = K_p \left[ e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(t) dt + T_d \frac{de(t)}{dt} \right] \quad (14)$$

(14)式中,  $K_p$  为比例系数,  $T_i$  为积分时间常数,  $T_d$  为微分时间常数。

### 4 PID 控制器参数对控制性能的影响

表 1	
额定电压:	230V
额定电流:	10.4A
额定转速:	377 rad/s
额定输出功率:	20 kW
转动惯量:	0.027 J·s <sup>2</sup>

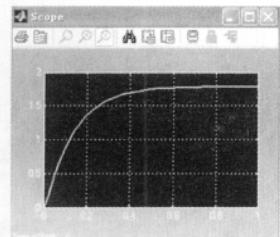


图 1

增大比例系数  $K_p$  将加快系统的响应, 减小稳态误差, 过大的比例系数会使系统产生较大的超调量, 使稳定性变坏。

积分时间常数  $T_i$  越小积分作用越大, 积分可以消除稳态误差, 增加系统的稳定性。积分时间常数太小会降低系统的稳定性, 增大系统的振荡次数。

微分时间常数  $T_d$  越大微分作用越大, 微分具有超前作用, 减小系统的超调量, 增加稳定性。

### 5 PID 参数整定

#### 5.1 衰减曲线法

临界比例度整定法又称“闭环振荡法”, 是在闭环的情况下进行整定的, 适用于一般的控制系统。临界比例度法要求在调节比例系数  $K_p$  时, 系统的阶跃响应出现等幅震荡。但某些系统的阶跃响应不易得到等幅振荡, 此时可考虑采用临界比例度法的修正方法——衰减曲线法。两种方法的主要区别是后者在纯比例作用下, 将 4:1 或 10:1 振荡曲线作为参数整定的依据。本文选取 4:1 衰减曲线法对开环传递函数为(13)式的直流电机调速系统进行 PID 参数的整定, 整定过程如下:

- 1) 在闭合的控制系统中, 将控制器的积分时间常数  $T_i$  置于最大( $T_i=\infty$ ), 微分时间常数  $T_d$  置零( $T_d=0$ ), 比例系数  $K_p$  置较大的值。
- 2) 给系统加入单位阶跃信号, 从大到小改变比例系数  $K_p$ , 直至出现 4:1 衰减比为止, 记下此时的比例系数  $P_s$ , 并从曲线上得出衰减周期  $T_s$ 。对于控制过程较快的系统, 难以从曲线上找出衰减比。这时, 只要被控量波动 2 次就能达到稳定状态, 可近似认为是 4:1 的衰减过程, 其波动 1 次时间为  $T_s$ 。
- 3) 根据  $P_s$  和  $T_s$  值, 按照表 2 中的经验公式, 计算出控制器各个参数, 即  $K_p$ ,  $T_i$  和  $T_d$  的值。

#### 5.2 仿真实例

以上述传递函数为例(见(13)式)搭建系统 Simulink 模型框图如图 2 所示。

由步骤(1)、(2)可得:  $P_s=16$ ,  $T_s=0.028s$ , 单位阶跃信号响应的仿真曲线如图 3 所示。

根据图 3 可得  $P_s=16$ ,  $T_s=0.028s$ , 再根据表 1 中经验公式得:  $K_p=12.8$ ,  $T_i=0.0084$ ,  $T_d=0.0028$ , 单位阶跃信号响应的仿真曲线如图 4 所示。

从图 4 中可以看出, 仿真曲线出现严重的震荡。这说明积分作用过强, 积分时间常数  $T_i$  过小, 应增大积分时间。当  $K_p=12.8$ ,  $T_i=0.084$ ,  $T_d=0.0028$  时, 仿真结果符合要求, 仿真结果如图 5 所示。

### 6 数字 PID

由于计算机只能识别数字量, 不能对连续的控制算式直接进行运算, 所以在计算机控制系统中必须对控制规律进行离散化。直流电机调速系统为离散控制系统, 可采用差分方程代替连续系统的微分方程(见(14)式)。设电机转速的采样周期为  $T$ , 可得数字 PID 方程。数字 PID 中的  $K_p$ ,  $T_i$ ,  $T_d$  仍然使用连续系统中的数据。

$$\begin{cases} u(t) \approx u_k \\ e(t) \approx e_k \\ \int_0^t e(t) dt = T \sum_{j=0}^k e_j \\ \frac{de(t)}{dt} \approx \frac{e_k - e_{k-1}}{T} \end{cases} \quad (15)$$

表 2 4:1 衰减曲线法控制器参数计算表

控制类型	$K_p$	$T_i$	$T_d$
P	$P_s$	$\infty$	0
PI	$1.2P_s$	$0.57s$	0
PID	$0.8P_s$	$0.37s$	$0.17s$

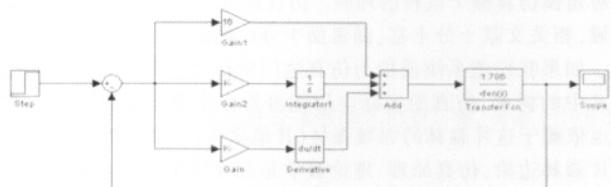


图 2

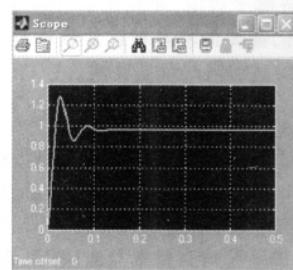


图 3

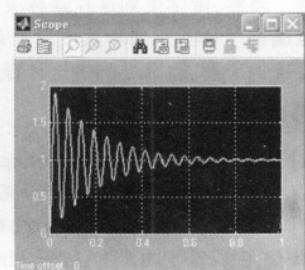


图 4

$$u_k = K_p \left[ e_k + \frac{T}{T_i} \sum_{j=0}^k e_j + \frac{T_d}{T} (e_k - e_{k-1}) \right] \quad (16)$$

其中  $k=2,3,4\cdots$

在(16)式中,计算数据较多、计算量较大,所以经常采用增量式 PID。

$$\Delta u = u_k - u_{k-1} \quad (17)$$

$$\Delta u = \left( K_p + \frac{K_p T}{T_i} + \frac{K_p T_d}{T} \right) e_k - \left( K_p + \frac{2 K_p T_d}{T} \right) e_{k-1} + \frac{K_p T_d}{T} e_{k-2} \quad (18)$$

其中  $k=2,3,4\cdots$

$$\Delta u_k = \begin{cases} \left( K_p + \frac{K_p T}{T_i} + \frac{K_p T_d}{T} \right) e_k + \left( \frac{K_p T}{T_i} - \frac{K_p T_d}{T} \right) e_0, & (k=1) \\ \left( K_p + \frac{K_p T}{T_i} + \frac{K_p T_d}{T} \right) e_k - \left( K_p + \frac{2 K_p T_d}{T} \right) e_{k-1} + \frac{K_p T_d}{T} e_{k-2}, & (k>1) \end{cases} \quad (19)$$

其中  $\Delta u_k$  为在第  $k$  次采样后的增量值,  $e_k$  为第  $k$  次采样时刻输入的偏差值,  $e_{k-1}$  为第  $k-1$  次采样时刻输入的偏差值,  $e_{k-2}$  为第  $k-2$  次采样时刻输入的偏差值。

## 7 程序流程图

图 6 为数字 PID 算法的程序流程图。

## 8 结束语

本文重点介绍了数字 PID 算法在直流电机调速上实现的流程。针对流程的每个阶段,给出了直流电机的数学模型的确定方法,PID 参数的整定方法,离散化 PID 算法。数字 PID 直流电机调速系统具有结构简单、控制方便、精度高、鲁棒性好等特点,在实际中得到广泛的应用。

## 参考文献:

- [1] 戴雅馨.浅析 PID 参数整定方法[J].纯碱工业,2009(6):15~17.
- [2] 周儒勋,张泽龙,亓迎川.直流电机模型参数的直接辨识[J].计算机仿真,2006,23(6):113~115.
- [3] 孙同景,陈桂友.Freescale 9S12 十六位单片机原理及嵌入式开发技术[M].北京:机械工业出版社,2008.

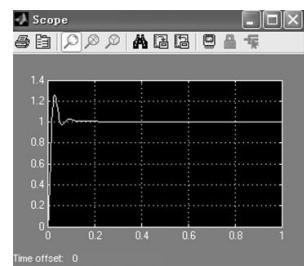


图 5

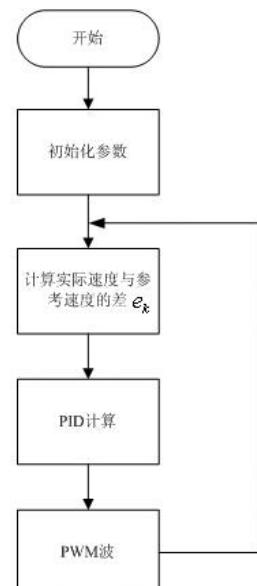


图 6 数字 PID 算法的程序流程图

(上接第 6371 页)

## 4 总结

努力加强系统仿真原理教学,以较简单的经典系统建模实例的仿真模型的建立为依托,让学生在仿真实例的课堂教学中逐步明确并不断加深对建模仿真整个流程的理解。仿真技术广泛应用于工程领域和非工程领域,相关文献十分丰富,涵盖面十分广阔的,而课堂教学的课时十分有限。如果我们把系统模拟与仿真这门学科比作是一片森林,文献可看作是其中的树木,仿真的实际应用则可看作生活于森林中的动物,当然动物也依赖于这片森林的邻域森林(其他学科)。课堂教学只是带学生来到这片森林边沿,仿真原理、理论教学是引导学生仔细观察了眼前的树木,而课堂仿真实例教学则是与学生一起欣赏了树枝上美丽的小鸟。对这片森林更深入的了解需要学生自己出发去跋涉的、去游历、去探索、去欣赏。当然,带学生到这片森林应该先哪个边沿,才能让学生对这片森林有准确的了解并迅速喜欢上这片森林,需要带领者对这片森林整体的和更准确的了解,也需要到过这片森林的同学们的意见反馈。

## 参考文献:

- [1] Law A M.Simulation Modeling and Analysis[M].北京:清华出版社,2000.
- [2] 许国志.系统科学与工程研究[M].上海:上海科学技术出版社,2001.
- [3] 肖田元.系统仿真导论[M].北京:清华大学出版社,2001.
- [4] 薛定宇.基于 MATLAB/Simulink 的系统仿真技术与应用[M].北京:清华大学出版社,2006.
- [5] 姜启源.数学模型[M].北京:高等教育出版社,2003.



图 7 战斗减员问题仿真运行实例界面